



ORGANIZACIÓN
DEL BACHILLERATO
INTERNACIONAL

GRUPO 5 MATEMÁTICAS
FÓRMULAS MATEMÁTICAS Y TABLAS ESTADÍSTICAS

Para uso en la docencia y durante los exámenes de:
Matemáticas NS
Métodos Matemáticos NM
Estudios Matemáticos NM
Ampliación de Matemáticas NM

Tercera edición: febrero de 2001
Válido para las convocatorias de exámenes a partir de mayo de 2001

Grupo 5 Matemáticas
Fórmulas matemáticas y tablas estadísticas
Primera edición: agosto de 1998
Segunda edición: abril de 1999
Tercera edición: febrero de 2001

© Organización del Bachillerato Internacional, 1999

Organización del Bachillerato Internacional
Route des Morillons 15
1218 Grand-Saconnex
Ginebra, SUIZA

ÍNDICE

Fórmulas para:

Estudios Matemáticos NM	1-4
Métodos Matemáticos NM	1-7
Matemáticas NS	1-12
Ampliación de Matemáticas NM	1-12
Tabla 1: Área bajo la curva normal estandarizada	13
Tabla 2: Valores críticos de la distribución χ^2	14
Tabla 3: Valores críticos de la distribución t de Student	15

1 Figuras planas y del espacio

Área del paralelogramo:	$A = (b \times h)$, siendo b la base, h la altura
Área del triángulo:	$A = \frac{1}{2}(b \times h)$, siendo b la base, h la altura
Área del trapecio:	$A = \frac{1}{2}(a + b)h$, siendo a y b los lados paralelos, h la altura
Área del círculo:	$A = \pi r^2$, siendo r el radio
Longitud de la circunferencia:	$C = 2\pi r$, siendo r el radio
Volumen de la pirámide:	$V = \frac{1}{3}Bh$, siendo B el área de la base, h la altura
Volumen del paralelepípedo:	$V = l \times a \times h$, siendo l la longitud, a la anchura, h la altura
Volumen del cilindro:	$V = \pi r^2 h$, siendo r el radio, h la altura
Área lateral del cilindro:	$A = 2\pi r h$, siendo r el radio, h la altura
Volumen de la esfera:	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$, siendo r el radio
Volumen del cono:	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, siendo r el radio, h la altura

2 Sucesiones finitas

Término n -ésimo de una sucesión aritmética:	$u_n = u_1 + (n - 1)d$
Suma de los n términos de una sucesión aritmética:	$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n - 1)d) = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$
Término n -ésimo de una sucesión geométrica:	$u_n = u_1 r^{n-1}$
Suma de los n términos de una sucesión geométrica:	$S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{u_1(1 - r^n)}{1 - r}$, $r \neq 1$

3 Trigonometría

Regla del seno:	$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$
Regla del coseno:	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$; $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
Área del triángulo:	$A = \frac{1}{2}ab \text{sen } C$, siendo a y b dos lados, C el ángulo comprendido

4 Geometría

Distancia entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) : $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Coordenadas del punto medio de un segmento que tiene por extremos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) : $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

Módulo de un vector: $|\mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$, siendo $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

5 Matemáticas financieras

Interés simple: $I = \frac{Crn}{100}$, siendo C el capital, $r\%$ el rédito, n el número de períodos de tiempo, I el interés

Interés compuesto: $I = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n - C$, siendo C el capital, $r\%$ el rédito, n el número de períodos de tiempo, I el interés

6 Matrices (2×2)

Determinante: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = ad - bc$

Matriz transpuesta: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

7 Probabilidad

Probabilidad de un suceso A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$

Sucesos complementarios: $P(A') = 1 - P(A)$

Sucesos combinados: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Sucesos mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Sucesos independientes: $P(A \cap B) = P(A) P(B)$

Probabilidad condicionada: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

8 Estadística

Media de la población:
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}, \text{ siendo } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

Desviación típica de la población:
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{n}}, \text{ siendo } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

Media muestral:
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}, \text{ siendo } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

Desviación típica muestral:
$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \text{ siendo } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

Variable normal estandarizada:
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Covarianza:
$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

Coefficiente de correlación producto-momento:
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}, \text{ siendo } s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}}$$

Recta de regresión de y sobre x:
$$y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} (x - \bar{x})$$

La prueba de la χ^2 :
$$\chi^2_{calc} = \sum \frac{(f_e - f_o)^2}{f_e}, \text{ siendo } f_e \text{ las frecuencias esperadas,}$$

$$f_o \text{ las frecuencias observadas}$$

9 Cálculo diferencial

Derivada de $f(x)$:
$$y = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right)$$

Derivada de ax^n :
$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

Derivada de un polinomio:
$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1} + (n-1)bx^{n-2} + \dots$$

Cálculo de primitivas:
$$\frac{dy}{dx} = x^n \Rightarrow y = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

10 Sucesiones infinitas

Suma de una sucesión geométrica infinita: $S = \frac{u_1}{1-r}$, $|r| < 1$

11 Álgebra

Solución de una ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $a \neq 0$

Exponentes y logaritmos:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$\log_a a^x = x = a^{\log_a x}$$

$$\log_b a = \frac{(\log_c a)}{(\log_c b)}$$

Teorema del binomio: $(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + b^n$

12 Trigonometría

Longitud de un arco: $l = \theta r$, siendo θ el ángulo medido en radianes, r el radio

Área de un sector: $A = \frac{1}{2} \theta r^2$, siendo θ el ángulo medido en radianes, r el radio

Identidades:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$$

13 Vectores

Producto escalar: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = |\mathbf{v}| |\mathbf{w}| \cos \theta = v_1 w_1 + v_2 w_2$, donde $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$

$$\cos \theta = \frac{v_1 w_1 + v_2 w_2}{|\mathbf{v}| |\mathbf{w}|}$$

$$|\mathbf{v}| \cos \theta = \mathbf{v} \cdot \left(\frac{\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|} \right)$$

Ecuación vectorial de una recta: $\mathbf{r} = \mathbf{p} + t\mathbf{d}$

14 Matrices (2×2)

Matriz inversa:
$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow P^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Matriz de la transformación que representa una rotación de ángulo θ en torno al origen:
$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Matriz de la transformación que representa una simetría axial sobre $y = x \tan \theta$:
$$M = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$$

15 Estadística

Error estándar de la media:
$$EE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Prueba estadística para la media de una población normal:
$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

16 Derivación

Derivada de $\operatorname{sen} x$: $f(x) = \operatorname{sen} x \Rightarrow f'(x) = \cos x$

Derivada de $\cos x$: $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} x$

Derivada de e^x : $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

Derivada de $\ln x$: $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

Derivada de a^x : $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x (\ln a)$

Derivada de $\log_a x$: $f(x) = \log_a x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$

Derivada de $\tan x$: $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

Regla de la cadena: $y = g(u)$, siendo $u = f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$

Derivada de un producto: $y = uv \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$

Derivada de un cociente: $y = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$

17 Integración

Integrales notables: $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \operatorname{cos} x \, dx = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

$$\int (ax + b)^n \, dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + C, \quad n \neq -1$$

18 Iteración

Método de Newton-Raphson: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

19 Integración aproximada

Regla del trapecio: $\int_a^b f(x) \, dx \approx \frac{h}{2} [y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-1} + y_n]$

siendo $h = \frac{b-a}{n}$; $y_i = f(a + ih)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$

20 Combinaciones

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

21 Series

Suma de los n primeros números naturales:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n}{2}(n+1)$$

Suma de los cuadrados de los n primeros números naturales:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

Suma de los cubos de los n primeros números naturales:

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2}{4}(n+1)^2$$

22 Números complejos

$$z = a + ib = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

Teorema de De Moivre: $[r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta)$

23 Trigonometría

Identidades:

$$\operatorname{sen}(A \pm B) = \operatorname{sen} A \cos B \pm \cos A \operatorname{sen} B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B$$

$$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \operatorname{csc}^2 \theta$$

$$\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

Fórmulas del ángulo auxiliar: $a \cos x \pm b \operatorname{sen} x = R \cos(x \mp \alpha)$, siendo $R = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\tan \alpha = \frac{b}{a}$

24 Geometría vectorial

Módulo de un vector: $|\mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$, siendo $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$

Producto escalar: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3$, siendo $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$

$$\cos \theta = \frac{v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3}{|\mathbf{v}| |\mathbf{w}|}$$

Producto vectorial: $\mathbf{v} \times \mathbf{w} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$

$$|\mathbf{v} \times \mathbf{w}| = |\mathbf{v}| |\mathbf{w}| \sin \theta$$

Área de un triángulo: $A = \frac{1}{2} |\mathbf{v} \times \mathbf{w}|$

Ecuación vectorial de una recta: $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b}$

Ecuación vectorial de un plano: $\mathbf{r} = \mathbf{a} + \lambda \mathbf{b} + \mu \mathbf{c}$

Ecuación de un plano
(mediante el vector normal): $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{n}$

Ecuación continua de una recta: $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$

Ecuación cartesiana de un plano: $ax + by + cz + d = 0$

25 Matrices (3×3)

Determinante: $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & k \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & k \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$

26 Derivación

Derivada de $\sec x$: $f(x) = \sec x \Rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$

Derivada de $\csc x$: $f(x) = \csc x \Rightarrow f'(x) = -\csc x \cot x$

Derivada de $\cot x$: $f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -\csc^2 x$

Derivada de $\arcsen x$: $f(x) = \arcsen x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivada de $\arccos x$: $f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Derivada de $\arctan x$: $f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

27 Integración

Integración por partes: $\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$

Integrales notables: $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + C, \quad |x| < a$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

28 Integración aproximada

Regla del trapecio (incluyendo el término de error):

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} \left[y_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y_i + y_n \right] - \frac{(b-a)h^2}{12} f''(c)$$

siendo $h = \frac{b-a}{n}$; $y_i = f(a+ih)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $c \in]a, b[$

Regla de Simpson, para n par (incluyendo el término de error):

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n] - \frac{(b-a)h^4}{180} f^{(4)}(c)$$

siendo $h = \frac{b-a}{n}$; $y_i = f(a+ih)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $c \in]a, b[$

29 Probabilidad

Esperanza matemática de una variable aleatoria discreta X : $E(X) = \mu = \sum x P(X = x)$

Esperanza matemática de una variable aleatoria continua X : $E(X) = \mu = \int x f(x) dx$

Varianza: $\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - [E(X)]^2$

Distribución de Poisson: $X \sim P(\mu) \Rightarrow P(X = r) = \frac{\mu^r e^{-\mu}}{r!}, r = 0, 1, 2, \dots$

Distribución binomial: $X \sim B(n, p) \Rightarrow P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}, r = 0, 1, \dots, n$

Teorema de Bayes: $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$

30 Estadística

Combinaciones lineales de dos variables aleatorias X_1, X_2 : $E(a_1 X_1 \pm a_2 X_2) = a_1 E(X_1) \pm a_2 E(X_2)$

Combinaciones lineales de dos variables aleatorias independientes X_1, X_2 : $\text{Var}(a_1 X_1 \pm a_2 X_2) = a_1^2 \text{Var}(X_1) + a_2^2 \text{Var}(X_2)$

Estimación insesgada de la varianza de una población:

$$s_{n-1}^2 = \frac{n}{n-1} s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

siendo $n = \sum_{i=1}^k f_i$

Estimación de la media de una población partiendo de dos muestras de tamaños n y m conjuntamente:

$$\bar{x} = \frac{n\bar{x}_n + m\bar{x}_m}{n+m}$$

Estimación de la varianza de una población partiendo de dos muestras de tamaños n y m conjuntamente:

$$s_{n+m-2}^2 = \frac{ns_n^2 + ms_m^2}{n+m-2} = \frac{(n-1)s_{n-1}^2 + (m-1)s_{m-1}^2}{n+m-2}$$

Prueba estadística para la media de una población normal de varianza desconocida:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_n / \sqrt{n-1}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{n-1} / \sqrt{n}}$$

31 Serie y aproximación

Serie de Maclaurin:
$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots$$

Serie de Taylor:
$$f(a+x) = f(a) + x f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots$$

Aproximaciones de Taylor (incluyendo el término de error):
$$f(a+x) = f(a) + x f'(a) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(a) + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c)$$

 c está entre a y $a+x$, (extremos excluidos)

32 Teoría de conjuntos

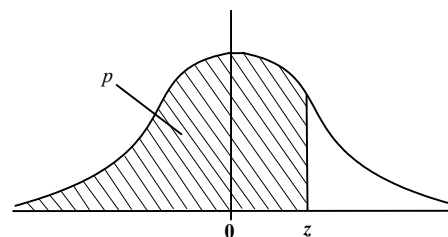
Leyes de De Morgan: $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$

33 Teoría de grafos

Relación de Euler: $v - a + c = 2$, siendo v el número de vértices, a el número de aristas, c el número de caras

TABLA I: ÁREA BAJO LA CURVA NORMAL ESTANDARIZADA

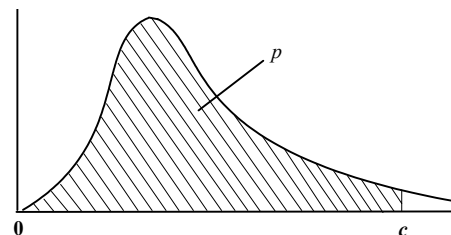
$$p = P(Z \leq z)$$



<i>z</i>	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9892	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

TABLA 2: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN χ^2

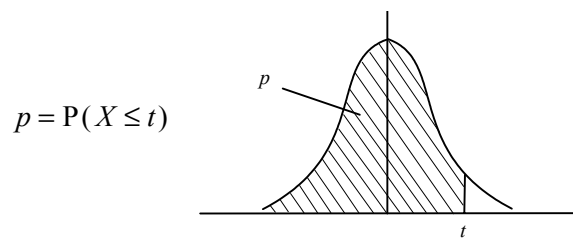
$$p = P(X \leq c)$$



ν	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.00004	0.0002	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169

ν = número de grados de libertad

TABLA 3: VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT



p	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.9995
$\nu=1$	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
***	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

ν = número de grados de libertad